TD n°4
Intégrales généralisées

Exercice 1 Étudier la convergence des intégrales suivantes :

a) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{(1+t)^2}$ **b)** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{t^2+2t-24}$ **c)** $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{\tan(x)}{x}\mathrm{d}x$

d) $\displaystyle\int_3^{\infty} \frac{x^2}{(x^2-3x+2)(x^2+x-6)}\mathrm{d}x$ **e)** $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-t}}{t}\mathrm{d}t$ **f)** $\displaystyle\int_1^{\infty} \frac{e^{-t}}{t}\mathrm{d}t$

g) $\displaystyle\int_{\frac{3}{2}}^{\infty} \frac{x^2}{(x^2-3x+2)(x^2+x-6)}\mathrm{d}x$ **h)** $\displaystyle\int_1^{+\infty} \exp\left(-(\ln t)^2\right)\mathrm{d}t$ **i)** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t}\mathrm{d}t.$

Exercice 2
Justifier la convergence, puis calculer les intégrales suivantes :

a) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{(t+1)(t+2)}$ **b)** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}t}{t^2+t+1}$ **c)** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \ln\left(1+\frac{1}{t^2}\right)\mathrm{d}t$

d) $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2}\mathrm{d}x$ **e)** $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{t}}\mathrm{d}t$ **f)** $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{e^x+1}}$

Exercice 3 Étudier la convergence des intégrales suivantes :

a) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \cos(t)dt$ **b)** $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \cos^2(t)dt$ **c)** $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \cos(t^2)dt$

d) $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \cos(\cos(t))dt$ **e)** $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \cos(1/t)\mathrm{d}t$